

Правительство Российской Федерации

**Государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования**

«Государственный университет –

Высшая школа экономики»

Общеуниверситетская кафедра высшей математики

Программа дисциплины

**Математика (математический анализ
и линейная алгебра)**

для направления 080500.62

Менеджмент

подготовки бакалавра

Авторы: к.ф.-м.н., доцент Логвенков С.А.

Рекомендована секцией УМС

Председатель

_____ 2010 г.
« ____ » _____

Утверждена УС
факультета менеджмента
Ученый секретарь

_____ 2010 г.
« ____ » _____

Одобрена на заседании
кафедры высшей математики
Зав. кафедрой
к.ф.-м.н., проф. Макаров А.А.
« ____ » _____ 2010 г.

Москва, 2010

Пояснительная записка

Автор программы: к.ф.-м.н., доцент Логвенков С.А..

Требования к студентам: Учебная дисциплина “Математика (математический анализ и линейная алгебра)” не требует предварительных знаний, выходящих за рамки программы средней школы.

Аннотация: Математика играет все возрастающую роль в естественно–научных и гуманитарных исследованиях. Являясь универсальным языком науки, математика позволяет не только осуществлять различные количественные расчеты, но и является средством предельно четкой формулировки понятий и проблем той или иной отрасли знаний. Математика стала элементом общечеловеческой культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую в системе фундаментальной подготовки современного менеджера.

Цель курса:

- формирование у слушателей математической культуры;
- овладение основными знаниями по математике, необходимыми в практической экономической деятельности;
- развитие логического мышления, привитие навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений;
- ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста в области экономики.

Для реализации поставленной цели в ходе изучения курса "Математика" решается задача обеспечения широкого, общего и достаточно фундаментального математического образования студентов. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

Учебная задача курса: В результате изучения курса "Высшая математика" студенты должны:

- знать и уметь использовать математический аппарат для решения прикладных задач экономики;
- иметь представление о математическом моделировании простейших экономических проблем и содержательно интерпретировать получаемые количественные результаты их решений;
- овладеть навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.

Тематический план учебной дисциплины.

№	Тема	Аудиторные часы		Самостоятельная работа	Всего
		Лекции	Семинары		
Первый модуль					
1	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии	16	16	40	72
1.1	Основы аналитической геометрии и линейные пространства	4	4	8	16
1.2	Матрицы	4	4	16	24
1.3	Системы линейных уравнений	4	6	12	22
1.4	Собственные векторы и собственные значения матрицы.	2	2	4	8
1.5	Контрольная работа	2			2
Второй модуль					
2	Математический анализ. Функции одной переменной	16	16	42	74
2.1	Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность	4	4	8	16
2.2	Дифференциальное исчисление	6	6	18	30
2.3	Интегральное исчисление	4	6	16	26
2.4	Контрольная работа	2			2
Третий модуль					
3	Математический анализ. Функции нескольких переменных	12	12	46	70
3.1	Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность	2	2	6	10
3.2	Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление	4	4	10	18
3.3	Экстремумы функций нескольких переменных	4	4	18	26
3.4	Двойной интеграл	2	2	12	16
4	Итоговая контрольная работа				
ИТОГО		44	44	128	216

Формы контроля. Формирование итоговой оценки.

Предусмотрены две контрольные работы и одно домашнее задание. Зачет проводится в конце второго модуля, экзамен – в конце третьего модуля. Контрольные работы проводятся в конце первого и второго модулей, их продолжительность не превышает 80 минут. Домашнее задание выдается в конце третьего модуля. Зачетная оценка за первые два модуля получается по следующей формуле: $Z=0,5*K_1+0,5*K_2$, где Z – зачетная оценка, K_1 и K_2 – оценки за первую и вторую контрольные работы. Итоговая оценка в конце третьего модуля получается по следующей формуле: $I=0,4*Z+0,1*D+0,5*E$, где I – итоговая оценка, D - оценка за домашнее задание, E – оценка за итоговую контрольную работу по всему курсу, проводимую в конце третьего модуля (не превышает 150 минут).

По всем формам отчетности оценки ставятся по 10-бальной шкале. Перевод в 5-бальную шкалу осуществляется согласно следующему правилу

$0 \leq Z < 4$ неудовлетворительно

$4 \leq Z < 6$ удовлетворительно

$6 \leq Z < 8$ хорошо

$8 \leq Z \leq 10$ отлично.

Аналогичная шкала используется и для итоговой оценки.

Базовые учебники.

1. Красс М. С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
2. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.

Основная литература.

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. М.: Высшая школа, 1998.
2. Красс М. С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.
3. Письменный Д.Т. Высшая математика. 100 экзаменационных ответов. 1 курс. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1999.
4. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
5. Логвенков С.А., Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по алгебре. Учебное пособие для факультетов менеджмента, политологии и социологии: Сайт ГУ-ВШЭ. 2009.
6. Логвенков С.А., Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по математическому анализу. Функция одной переменной. Учебное пособие для факультетов менеджмента, политологии и социологии: Сайт ГУ-ВШЭ. 2009.
7. Логвенков С.А., Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по математическому анализу. Функция многих переменных. Учебное пособие для факультетов менеджмента, политологии и социологии: Сайт ГУ-ВШЭ. 2009.

Дополнительная литература.

1. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1988.
2. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1988.
3. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
4. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
5. Высшая математика для менеджера: Учебное пособие для вузов / Под ред. В.В. Лебедева. М.: Финстатинформ, 1999.
6. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998.
7. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов / Под ред. Б.П. Демидовича. М.: Наука, 1978.
8. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
9. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. Ч.1. и 2. М.: Изд-во МГУ, 1985 и 1987.
10. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 1998.
11. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.
12. Кустов Ю.А., Юмагулов М.Г. Математика. Основы математического анализа: теория, примеры, задачи. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1998.
13. Малыхин В.И. Математика в экономике: Учебное пособие: М.: ИНФРА-М, 1999.
14. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. СПб.: Специальная литература, 1996.
15. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 1999.
16. Руководство к решению задач с экономическим содержанием по курсу высшей математики / Под ред. А.И. Карасева и Н.Ш. Кремера. М.: Экономическое образование, 1989.
17. Сборник задач по высшей математике / Под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. Ч.1. М.: Наука, 1993.
18. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.1. М.: Финансы и статистика, 2000.
19. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.2. М.: Финансы и статистика, 1999.

Содержание программы.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1.1. Основы аналитической геометрии и линейные пространства.

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность

линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Угол между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.

Тема 1.2. Матрицы.

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Понятие определителя n -го порядка. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей и способы их вычисления. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов, ранг матрицы и способы их вычисления.

Тема 1.3. Системы линейных уравнений.

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Существование и нахождение обратной матрицы, матричные уравнения.

Тема 1.4. Собственные векторы и собственные значения матриц.

Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.

Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теорема о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции.

Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей $0/0$ и ∞/∞ . Формула Тейлора с остаточным членом в

форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Приложения производных в экономической теории.

Тема 2.3. Интегральное исчисление.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование кусочно-непрерывных функций. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 3.1. Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность.

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Точки разрыва функций. Формулировка основных свойств функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.

Тема 3.2. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.

Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 3.3. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

Тема 3.4. Двойной интеграл.

Двойной интеграл, геометрический смысл двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла путем повторного интегрирования. Изменение порядка интегрирования при

вычислении двойного интеграла. Замена переменной в двойном интеграле.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины.

1. Векторы, линейные операции над векторами.
2. Скалярное произведение векторов.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Базис координаты размерность линейного пространства.
5. Разложение вектора по базису.
6. Матрицы и операции над ними.
7. Определитель, его свойства, вычисление.
8. Минор, алгебраическое дополнение.
9. Ранг матрицы.
10. Система линейных уравнений, основные понятия.
11. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Методы решения систем линейных уравнений.
13. Однородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные.
14. Обратная матрица.
15. Матричные уравнения.
16. Собственные значения и собственные векторы.
17. Последовательность. Предел последовательности. Свойства пределов последовательности.
18. Предел функции.
19. Основные теоремы о пределах функции.
20. Бесконечно малые функции. Их свойства.
21. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
22. Бесконечно большие функции. Их свойства.
23. Непрерывность функции. Основные понятия.
24. Точки разрыва, их классификация. Примеры.
25. Свойства функций, непрерывных в точке.
26. Дифференциал. Геометрическая интерпретация.
27. Производная функции в точке. Геометрическая интерпретация.
28. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
29. Производные основных элементарных функций.
30. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически.
31. Правило Лопиталя.
32. Использование производной для исследования функций на монотонность, экстремум, выпуклость, вогнутость. Точки перегиба.
33. Производные высших порядков функции одной переменной.
34. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
35. Методы интегрирования: замена переменной.
36. Методы интегрирования: интегрирование по частям.
37. Методы интегрирования некоторых классов элементарных функций: элементарные дроби, рациональные функции.
38. Определенный интеграл. Геометрический смысл.
39. Свойства определенного интеграла.
40. Формула Ньютона-Лейбница.
41. Несобственные интегралы. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
42. Производные функции нескольких переменных.
43. Производные сложной функции многих переменных.
44. Производные высших порядков функции многих переменных.

45. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
46. Локальный условный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
47. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.
48. Вычисление двойного интеграла по области, заданной неравенствами.
49. Изменение порядка интегрирования при вычислении двойного интеграла

Автор программы

Логвенков С.А.